Apprendre des concepts difficiles en utilisant le « débat pour comprendre et pour se comprendre »

Yvan Pigeonnat

Conseiller pédagogique et professeur agrégé de mathématiques
à l'Institut Polytechnique de Grenoble

Philippe Doublet

Professeur agrégé de physique à l'IUT d'Orsay

Journée Initiatives Pédagogiques Paris-Saclay (Orsay) - 17 novembre 2016


J'ÉTAIS ABSENT AU DERNIER COURS. PEUX-TU ME DIRE CE QUI S'EST PASSÉ?
IL S'EST RIEN PASSÉ. C'EST LE PROF QUI A PARLÉ TOUT LE TEMPS.

Objectifs

- Découvrir un nouveau type de contrat didactique adapté à l'enseignement des concepts difficiles à de grand auditoires : le « débat pour comprendre et pour se comprendre »

- Prendre conscience des forces et des difficultés de ce contrat didactique

Le Contrat Didactique

- Droits et devoirs de l'enseignant et des étudiants dans une situation d'enseignement/apprentissage
- Le plus souvent implicite (ou peu explicité)
- Portant omniprésent, et très influant au niveau du sens

L'âge du capitaine et l'école

Au problème absurde suivant :

« Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine? »

Sur 97 élèves de CE1 et de CE2

76 donnent une réponse en utilisant les nombres figurant dans l'énoncé :

26 moutons -> 26 ans

ou

26 + 10 -> 36 ans !!!

L'âge du capitaine, suite

À la question subsidiaire :
« Que penses-tu de ce problème? »

Peter qui avait répondu :
« Le capitaine a 26 ans »,
ajoute :
« Je trouve que c'est bien, mais…
je ne vois pas quel rapport entre des moutons et un capitaine! »

L'âge du capitaine et Pavlov

À la nouvelle question :

« Tu as 10 crayons dans chaque poche ; quel âge as-tu ? »

Paul (CE1-CE2) répond :

« 20 ans ! »

L'âge du capitaine, la chute !

« - Oh ! Paul, tu sais bien que tu n'as pas 20 ans !

- c'est ta faute, tu ne m'as pas donné les bons nombres ! »

Thèse : le contrat didactique classique a tendance à dénaturer le sens du savoir

Le méta du scientifique :
« Ceci est intéressant, pertinent et valide car cela m'éclaire de façon objective sur les réalités du monde »

devient dans un cadre scolaire :

Le méta du « bon élève »

« Ceci est intéressant, pertinent et valide car le professeur l'a dit et que ça figurera à l'examen ! »

Ce contrat retire la responsabilité d'être scientifique !

Deux niveaux de compréhension

1er niveau

Compréhension, connaissance externe

Épistémologie scolaire

-> Suffisant pour réciter et reproduire à l'identique

2ème niveau

Compréhension interne/profonde

Épistémologie scientifique

-> Nécessaire pour prendre l'initiative, pour devenir un citoyen responsable

Suite de l'atelier : **vivre une séance en grand auditoire visant la compréhension profonde en s'appuyant sur le *« débat pour comprendre et pour se comprendre »***

Acquis d'un débat précédent…

Nous allons pratiquer ensemble une des activités principales du mathématicien :

Émettre et résoudre des conjectures

Acquis d'un débat précédent…

Émettre une conjecture, c'est…

Résumer dans un énoncé précis une vérité que l'on pense être universelle

Un exemple célèbre (Goldbach 1742)

« Tout nombre pair supérieur à 3 peut s'exprimer comme la somme de 2 nombres premiers »

Acquis d'un débat précédent…

Résoudre une conjecture, c'est dire

- Qu'elle est vraie (elle devient alors une propriété, un lemme, un théorème, etc.)
- Ou qu'elle est fausse (on s'interdira de s'en servir pour démontrer)

Acquis d'un débat précédent…

L'épistémologie du mathématicien

Découvrir qu'une conjecture est fausse est aussi important que de découvrir qu'une autre est vraie.

Dans les deux cas, cela change notre rapport au monde.

La pratique de l'activité scientifique montre qu'il faut oser se tromper beaucoup pour…

comprendre un peu !

Le contrat du « débat pour comprendre et pour se comprendre »…

… vous donnera l'occasion de
faire des conjectures et de
les résoudre ensemble
à chaque fois que j'estimerai qu'il risque d'y avoir un vrai problème de sens

Premières règles du jeu de ces débats

Convenons que dans ces débats :

- Chacun est invité à prendre la parole mais nul n'y est contraint
- L'essentiel n'est pas que tout le monde parle mais que toute pensée propre soit représentée
- Chacun annonce la thèse qu'il défend avant d'argumenter
- On s'adresse à ses pairs plutôt qu'au meneur du débat, en souhaitant être entendu de tous, et donc on s'oblige à parler fort, en se levant / se retournant si nécessaire

Règles du jeu de ces débats, suite

Convenons également que :

- Chacun parle en auteur d'un avis personnel soucieux de connaître l'avis des autres : « Je pense que … et voilà mes raisons : … »
- Tous écoutent en auditeurs respectueux d'un auteur qui prend le risque de dire « Je pense que…! » (Pas de débat privé, pas de lecture téléphone/emails/ordinateurs)
- On écoute en cherchant à découvrir ce avec quoi on est d'accord et pas d'accord dans le propos d'autrui
- On note ce qui nous fait bouger dans notre vision de la situation, dans nos convictions et on n'hésite pas à le faire savoir si on estime que cela peut éclairer la situation « J'ai changé d'avis car… »
- Nul ne peut alors exiger de soi ou d'autrui qu'il comprenne tout de suite ce qu'on lui explique, ou soit immédiatement convaincu par ce qu'il entend bien

L’activité Circuit…

Aborde le problème suivant :
Deux usages de la logique

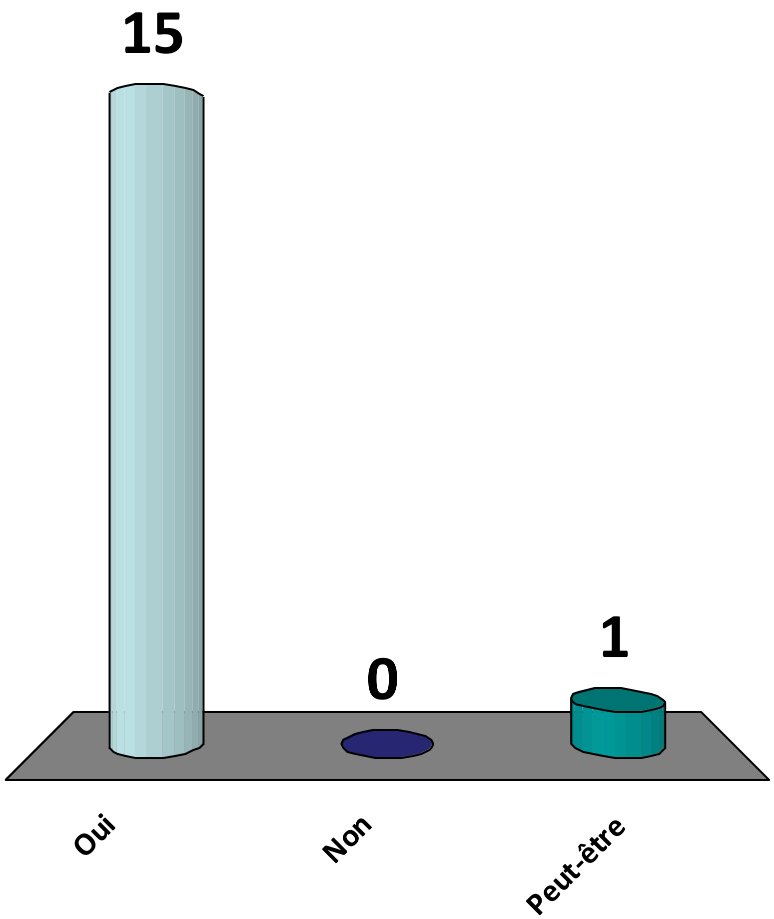
- Celui de la vie quotidienne
- Celui des mathématiques

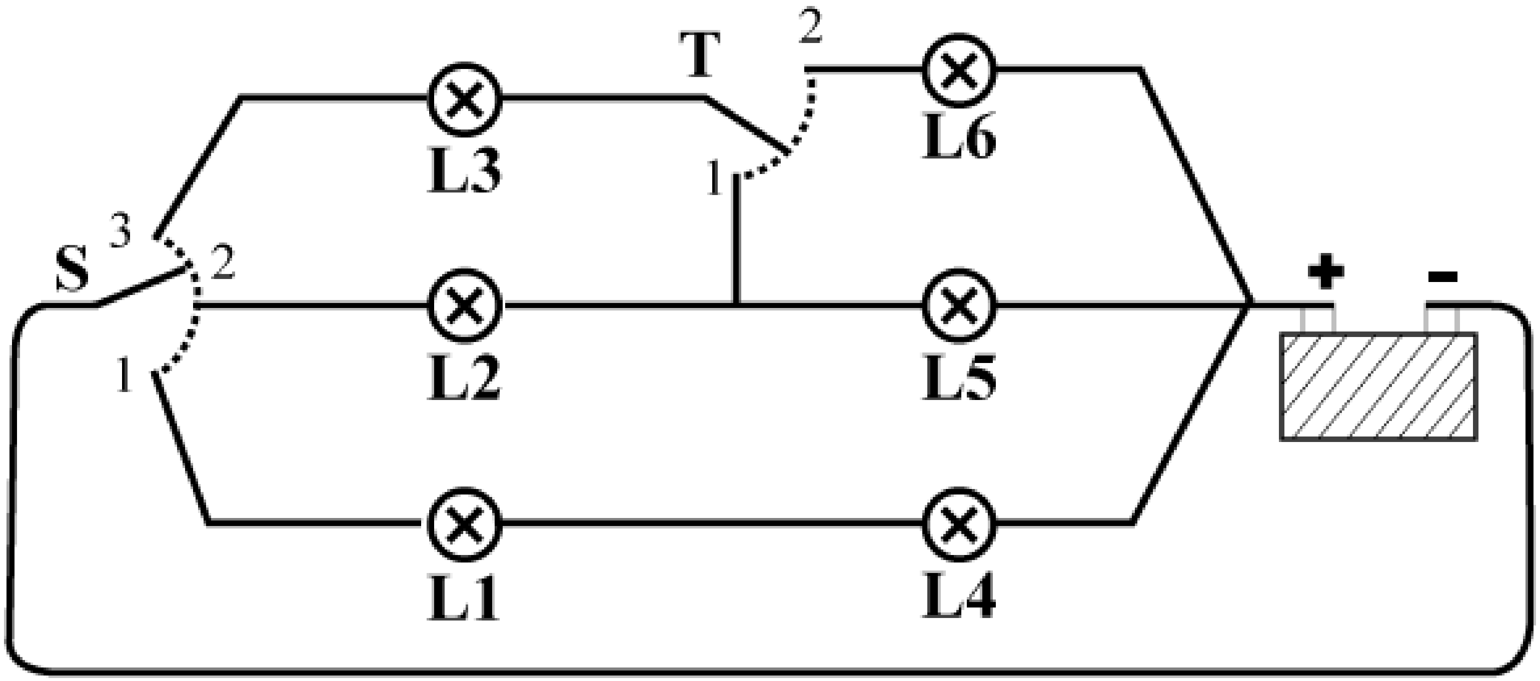
But de notre travail :
Donner un sens précis aux jugements
« c'est vrai ! », « c'est faux ! » en mathématiques
En quoi est-ce "la même chose", en quoi cela diffère-t-il des usages quotidiens ?

Base de ce que nous ferons ensemble dans ce cours !

Avez-vous un boitier de vote ?

A. Oui
B. Non
C. Peut-être





Ce circuit comporte six lampes notées L1 , L2 , ..., L6
et deux commutateurs S et T.

S ne peut prendre que les trois positions S1, S2 , S3.

T ne peut prendre que les deux positions T1 et T2 .

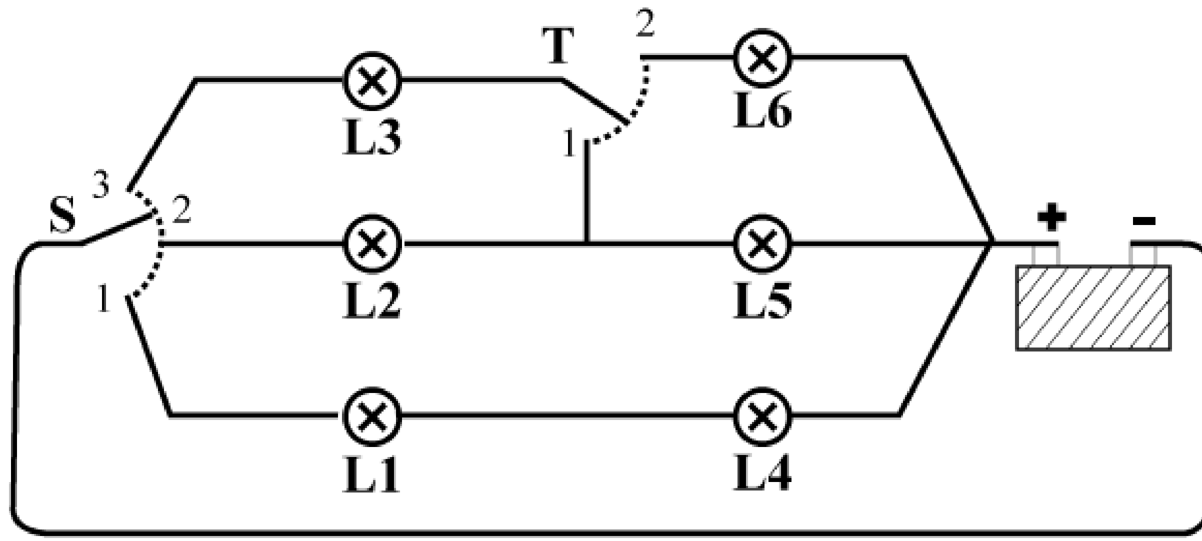
1er débat

1er temps : débat privé

- Formalisez vos réponses à ces questions en réfléchissant quelques instants individuellement
- Ensuite commencez à en discuter avec vos voisins

2ème temps : débat public

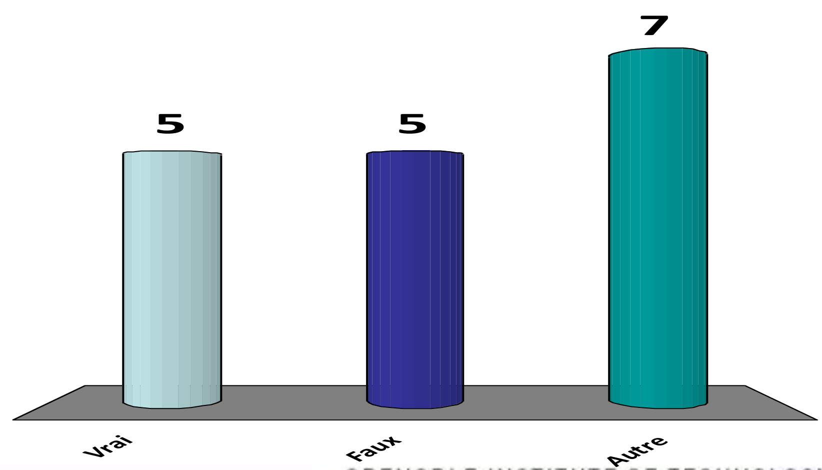
- Vous exposez à la classe ce que vous pensez
- Vous écoutez les autres, en vous interrogeant : suis-je d'accord avec ce qui vient d'être dit ? Est-ce compatible avec ce que je pense ? Cela m'amène-t-il à reconsidérer ce que je pense ?
- J'attribue la parole, reformule, prends des notes au tableau
- Les débats privés sont alors interdits

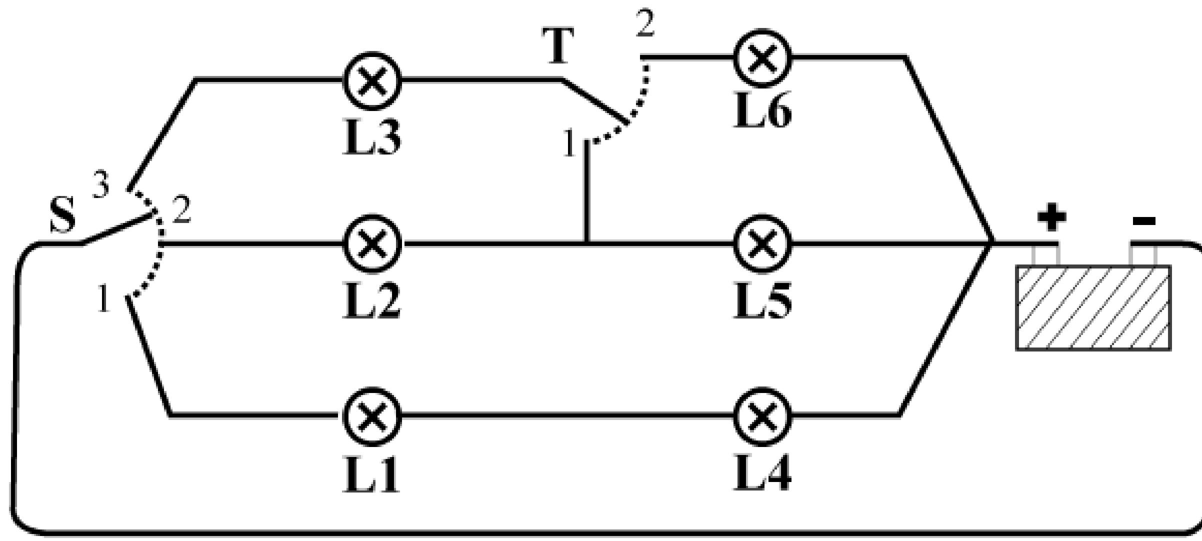


Conjecture 1

Si je vois la lampe n°4 briller,
je suis certain que la lampe n°1 brille elle aussi.

A. Vrai
B. Faux
C. Autre

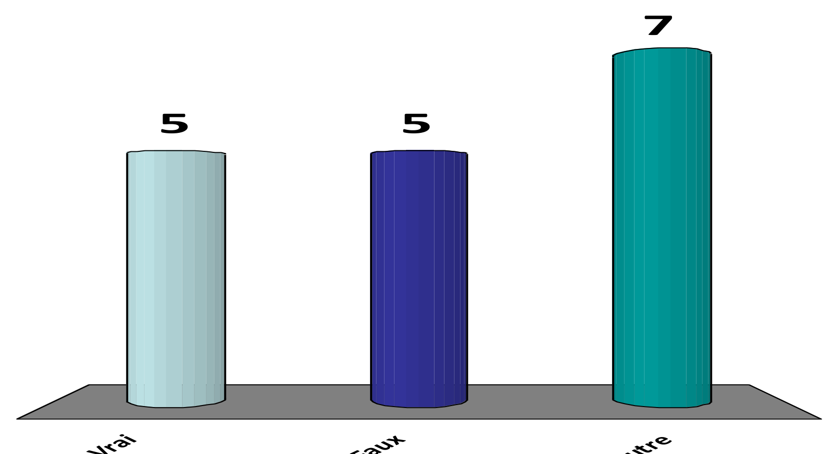




Conjecture 1

Si je vois la lampe n°4 briller,
je suis certain que la lampe n°1 brille elle aussi.

A. Vrai
B. Faux
C. Autre



Institutionnalisation

Dans un cours « normal », on admettrait quasi unanimement que C1 est vraie

Pourtant, dans le circuit présenté, tout le monde a vu L4 briller, mais personne n'a pu dire que L1 brillait !

Questions cruciales :

- Quelle est la valeur de ce vrai théorique s'il peut se révéler terriblement faux en pratique ?
- Habituellement, le débat ne permet pas de converger vers une vision commune. Pourquoi ?

Nécessité de se mettre d'accord sur un modèle

Un modèle = une vision (souvent simplifiée) du monde réel

Il contient :
- Des définitions d'objets qui approchent des choses réelles
- Des principes, des lois, des axiomes qui représentent les relations entre les objets que l'on prend en compte

Les modèles mathématiques sont le plus souvent dichotomiques, par exemple ici :
- Allumé / éteint
- Du courant / pas de courant
- Brille / ne brille pas

2 modèles différents pour le circuit

But : remplacer une perception sensorielle (voir la lampe briller) par un constat indépendant de l'observateur

Modèle simplifié (simpliste ?) :
La lampe allumée = du courant passe dedans
= la lampe brille = on voit la lampe briller
C1 est vraie pour ce modèle

Modèle évolué (pas simple à mettre en œuvre) : on dit que la lampe brille si on l'isole dans une boite avec un luxmètre et que ce dernier indique une valeur dépassant un seuil sur lequel on s'est mis d'accord.
C1 est fausse pour ce modèle

Pour la suite…

Pour pouvoir travailler, nous décidons de choisir le modèle simplifié

Voir la lampe briller devient une abstraction définie par un axiome :

« Une lampe brille si elle est en circuit fermé sur le générateur, sinon elle ne brille pas »

À retenir de l'étude de C1

Dans une démarche scientifique, pour avoir des certitudes qui peuvent être universellement partagées, il faut se doter d'un modèle même si ce dernier oblige

- À simplifier le réel
- Ou à fixer arbitrairement des limites

Le fait qu'un débat sur une conjecture « tourne en rond » est souvent révélateur d'un défaut de modélisation, ou d'une vision pas assez partagée d'un modèle

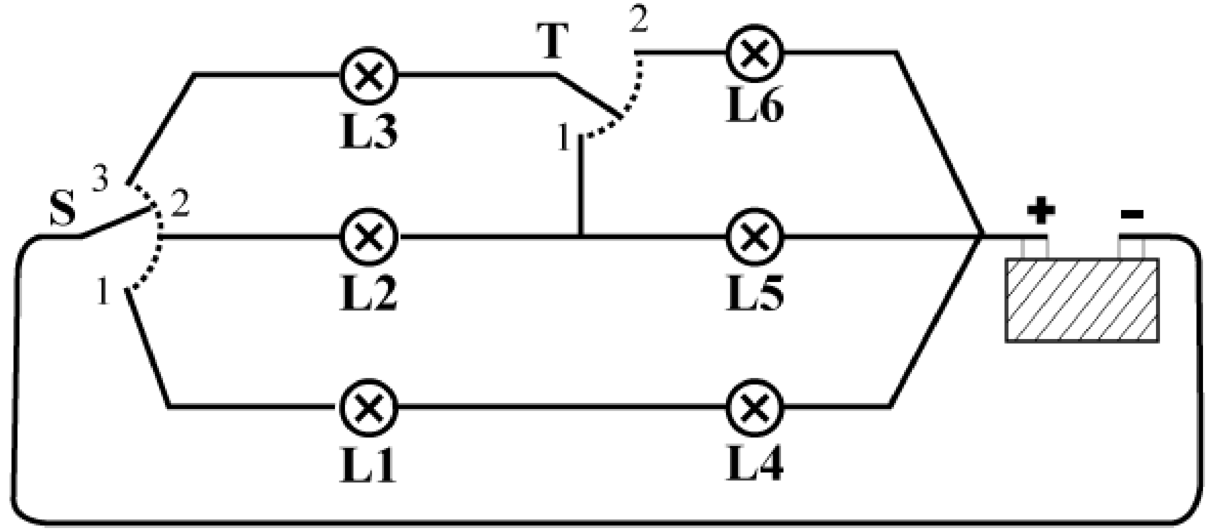
Il est alors de la responsabilité de chacun de faire émerger ces difficultés

Pause (méta-)réflexive

- Au 1er degré : avez-vous identifié les savoirs fondamentaux que ce 1er débat vise ?

- Niveau méta : ce débat suscite-t-il des questionnements concernant la méthode en elle-même ?

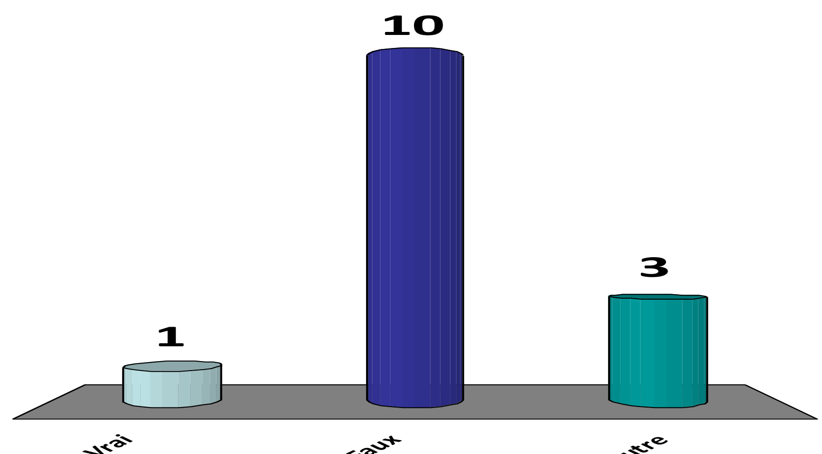
Grenoble INP
ACCÉLÉRATEUR D'AVENIRS
SPRINGBOARD TO THE FUTURE



Conjecture 2

Si la lampe n°2 n'est pas allumée, alors la lampe n°5 ne l'est pas non plus.

A. Vrai
B. Faux
C. Autre



Institutionnalisation

Les deux conjectures que nous venons d'examiner sont de la forme « Si A, alors B »
qu'on schématise en logique par A => B (A implique B)

A est l'hypothèse

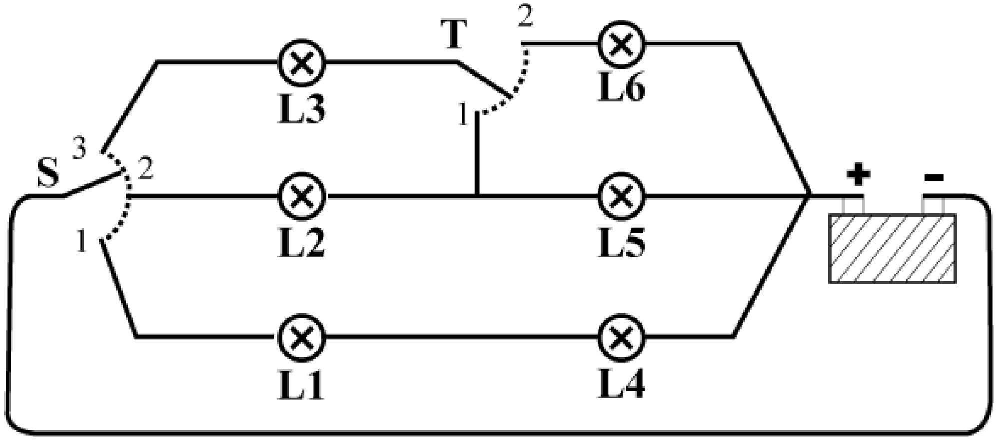
B est la conclusion

Signification :

- À chaque fois que A est vrai, B l'est aussi (nécessairement) !
- Ou encore : quand A est vrai, B ne peut être faux !
- Ou encore : quand B est faux, A ne peut être vrai !

Établir la véracité de A => B nécessite de regarder tous les cas particuliers dans lesquels A est vrai

Les 3 types de cas particuliers



Ceux qui sont sans intérêt pour la véracité de A => B car l'hypothèse est fausse : les hors-sujet

Pour C2 : (S2,T1) ou (S2,T2)

Les exemples (hypothèse et conclusion sont vérifiées)

Pour C2 : (S3,T2) ou (S1,T1) ou (S1,T2)

Les contre-exemples (hypothèse vérifiée et conclusion fausse)

Pour C2 : (S3,T1)

Critère de vérité adopté en sciences

Une conjecture est déclarée

- Fausse dès qu'on lui trouve un contre-exemple
- Vraie si on prouve qu'elle ne peut être fausse !

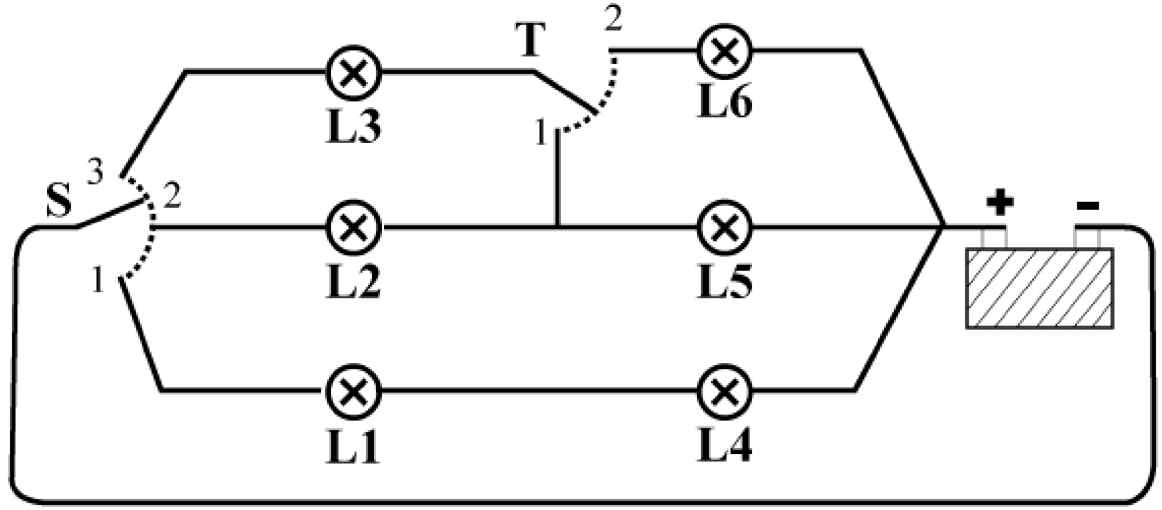
Démontrer que quelque chose est faux est du coup souvent plus facile que de démontrer que quelque chose est vrai !

La conjecture de Goldbach : pas de contre-exemple jusqu'à 4.10^{18} ; mais pour autant est-elle vraie ?

Regarder le vrai comme l'impossibilité du faux

Est contraire

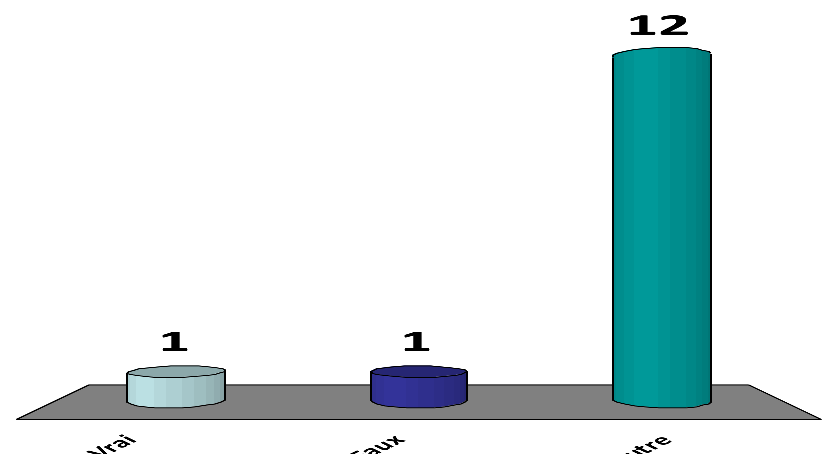
- À la logique de l'action (ce qui nous intéresse, c’est ce qui fonctionne !)
- À la « logique du quotidien » où pour vivre on doit minorer (dédramatiser) la portée de certains contre-exemples



Conjecture 3

Si L1 et L3 sont simultanément allumées, alors il en est de même de L2 .

A. Vrai
B. Faux
C. Autre



Institutionnalisation

Cette conjecture est paradoxalement vraie (obstacle épistémologique), car tout est bien défini et nos critères suffisent.

Déclarer cette conjecture fausse, c'est affirmer qu'elle admet un contre-exemple.

Ce qui revient à prétendre qu'on peut simultanément allumer L1 et L3 !

Or dans notre modèle tout le monde convient que c'est impossible !

On a donc établi la preuve que cette conjecture.

Elle ne peut être fausse… Elle est donc vraie !

Car c'est ce que nous avons convenu à l'étape précédente.

Institutionnalisation, suite

Notre refus paradoxal d'appliquer ce qui a été convenu il y a moins de cinq minutes n'est pas fortuit !

Tout obstacle épistémologique provoque ce type de rejet qui perdure tant que l'on n'a pas buté très fort dessus !

Institutionnalisation, suite

Le drame ici c'est… que cette conjecture qui n'a pas de contre-exemple n'a pas d'exemple non plus !!!

Cette conjecture n'affirme rien !!!

A-t-on le droit de déclarer vraie

- Une thèse qui tend à mettre un lien de nécessité entre deux faits totalement étrangers ?
- Une thèse qui tend à inférer du possible à partir de l'impossible ??
- Une thèse au final vide de sens ???

Institutionnalisation, suite

Notre refus obstiné de déclarer vraie une telle assertion a deux raisons au moins :

- L’intrusion d’une utilité (fondamentale) mais abusive au niveau de la vérité
- L’intrusion d’une causalité déplacée (car tel n'est pas le sens de l'implication qui met en jeu la nécessité, pas la causalité)

Institutionnalisation, suite

Ici ce qui est difficilement acceptable c'est de devoir dire

A => B est vraie puisque ça ne montre rien !

Certains enfants l'ont compris :

« Si je suis le roi de Prusse, tu es… la reine d'Angleterre !!! »

Avec des « Si » (impossibles), on peut tout dire, mais ça ne vaut rien !!!

Opposition utilité-vérité

Une conjecture dont l’hypothèse n’est jamais satisfaite est totalement inutilisable.

Paradoxalement son « inutilisabilité » garantit sa véracité.

En mathématiques (et aussi dans la vie ordinaire)

- Plus ce qu'on énonce est pauvre de sens, inutile, plus c'est facilement vrai !
- Plus ce qu'on énonce est fort, épais, intéressant, plus cela a de chances d'être faux !

Un théorème est une conjecture intéressante et vraie

L'implication ne traduit pas la causalité

Le « si A, alors B » nous laisse abusivement penser que

dans la thèse A => B ,

A est la cause et B la conséquence.

Ici, si on interprète l'implication A => B comme signifiant

« A est la cause de B »,

alors C3 est doublement absurde !

- En effet A n'est jamais vrai, alors que B peut l'être !!
- Et quand B est vrai, c'est tout sauf à cause de A !!!

Différence entre logique mathématique / quotidienne

Quand quelqu'un vous soutient la thèse « si A, alors B »

lorsque A se produit, on attend que B se produise aussi.

(dans la vie quotidienne comme en math)

Mais quand A ne se produit pas, « en bonne logique de vie »

on pense que B… ne va pas se produire non plus !

Alors qu'en math on ne doit rien attendre !!!

Différence entre logique mathématique / quotidienne

L'implication mathématique A => B

ne peut fonctionner sans contradictions que si l’on accepte que :

lorsque A ne se produit pas, tout est logiquement acceptable pour B !

« Si tu ne ranges pas ta chambre, tu n'auras pas de chocolat ! »

signifie en logique courante :

« Si je la range… j'en aurai ! »

Mais en maths pas forcément !!!

Pause (méta-)réflexive

- Au 1er degré :
  - Comment avez-vous vécu le débat C3 (engagement, émotions, …) ?
  - Pensez-vous avoir appris des choses ?

- Niveau méta : ce débat suscite-t-il des questionnements concernant la méthode en elle-même ?

Bonus : enrichissement de l’épistémologie du professeur

Un élève en 2015 dans un cursus informatique : « Est-ce que mettre C3 dans un programme informatique ferait bugger le programme ? »

=> Question que je réutilise dans ce cours !

Un autre dans le même cours : « Perdrait-on quelque chose à placer des inepties comme C3 dans une catégorie autre que vrai et faux (comme absurde, sans intérêt) ? »

Trouver une réponse vraiment pertinente à cette dernière interrogation a demandé une semaine de réflexion intense !

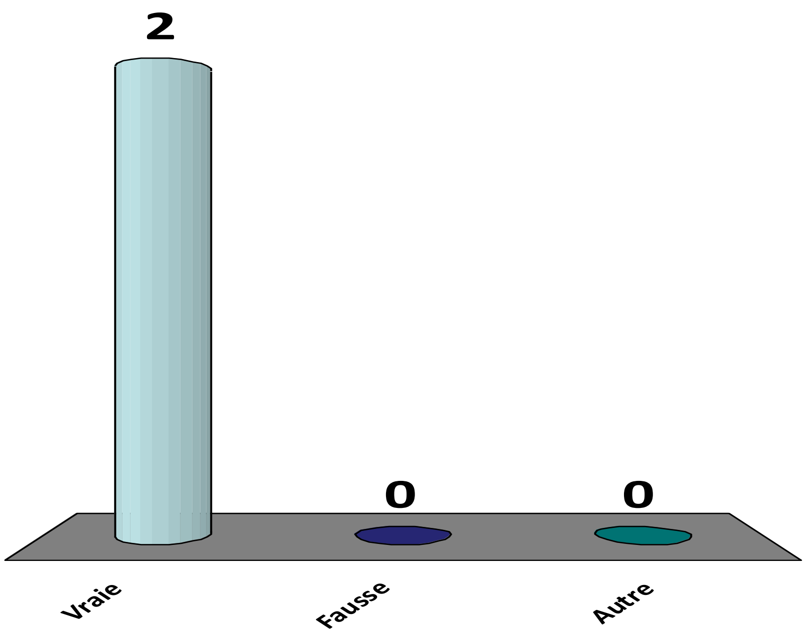
Une élève en 2016 « Si faire de la science ça oblige à déclarer vraies des absurdités comme C3, je ne veux plus faire de science!!! »

A : « il existe un réel x tel que $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 5 = 0$ »

B : « il existe un réel x tel que $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 4 = -1$ »

Selon vous la conjecture A => B est

A. Vraie
B. Fausse
C. Autre



Pourquoi ne pas accorder un statut « autre » qui ne serait ni vrai ni faux à C3 ?

On perdrait toute la saveur du raisonnement mathématique…

Exemple:

A : « il existe un réel x tel que $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 5 = 0$ »

B : « il existe un réel x tel que $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 4 = -1$ »

Tant qu'on ne sait pas si A est vrai, quel serait le statut de A =>B ???

Si on introduit C : « il existe un réel x tel que $((x-1)^2+1)^2= -1$ »

Si on remarque que $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 4 = ((x-1)^2+1)^2$ …

En étant cohérent avec le fait que C3 aurait le statut « autre », A=>B et B=>C auraient également le statut « autre » puisque les hypothèses ne peuvent pas se produire !

S'il est évident que C est fausse, on ne pourrait pas déduire que A et B le sont également à l'aide du raisonnement A => B puis B => C !

Idée forte

En s’y prenant bien, pour enseigner les concepts difficiles, un grand auditoire n’est plus un handicap mais une force !!!

Quelques points-clés

- Ce qui fait que la méthode « fonctionne »
  - Susciter un engagement et une émotion
  - Enseignement contextualisé
  - Interaction entre apprenants (socioconstructivisme)

- La méthode marche d'autant mieux que l'auditoire est grand !!!

- Des bémols toutefois
  - Nécessite une formation de l'enseignant
  - Difficulté pour trouver de bonnes situations

Pour aller plus loin

Legrand, M., Lecorre T., Leroux L. et Parreau, A. (2011). Le principe du "Débat Scientifique" dans un enseignement, Tome I : Principe et origines d'un cours constructiviste
http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/IMG/pdf/principedebac949.pdf

Pigeonnat, Y. (2015), *Grands auditoires : plus qu'un handicap, une force pour enseigner les concepts difficiles.* Colloque QPES, Brest

3 journées de formation pour élaborer et encadrer une situation de débat à Grenoble (17-19 mai 2017)
Me contacter si intéressé : Yvan.Pigeonnat@grenoble-inp.fr